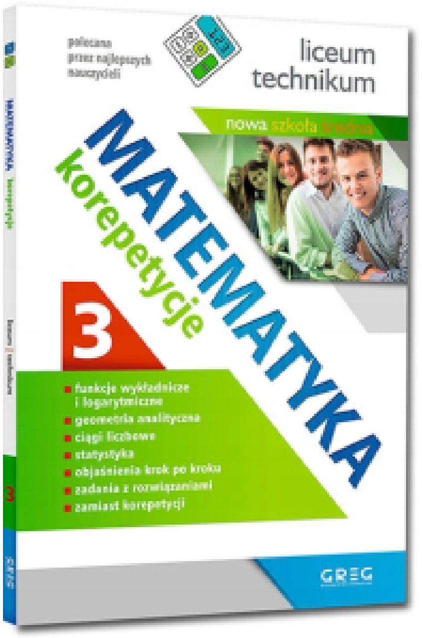
Dane aktualne na dzień: 08-06-2025 02:30

Link do produktu: https://silesiabook.pl/matematyka-korepetycje-liceum-cz-3-po-reformie-p-720.html



MATEMATYKA korepetycje liceum cz. 3 PO REFORMIE

Cena	**14,99 zł**
Wydawnictwo	**Wydawnictwo Greg**
ISBN	**9788375179491**
Klasa	**3**
Przedmiot	**Matematyka**
Rodzaj	**kompendium, repetytorium, opracowanie**
Waga produktu z opakowaniem jednostkowym	**0.155**
Seria	**Matematyka korepetycje**
Wysokość produktu	**23.5**
Szerokość produktu	**16.5**
Numer wydania	**1**
Liczba stron	**98**
Język publikacji	**polski**
Rok wydania	**2022**
Nośnik	**książka papierowa**
Autor	**Praca zbiorowa**
Okładka	**miękka**
Tytuł	**Matematyka korepetycje Część 3**

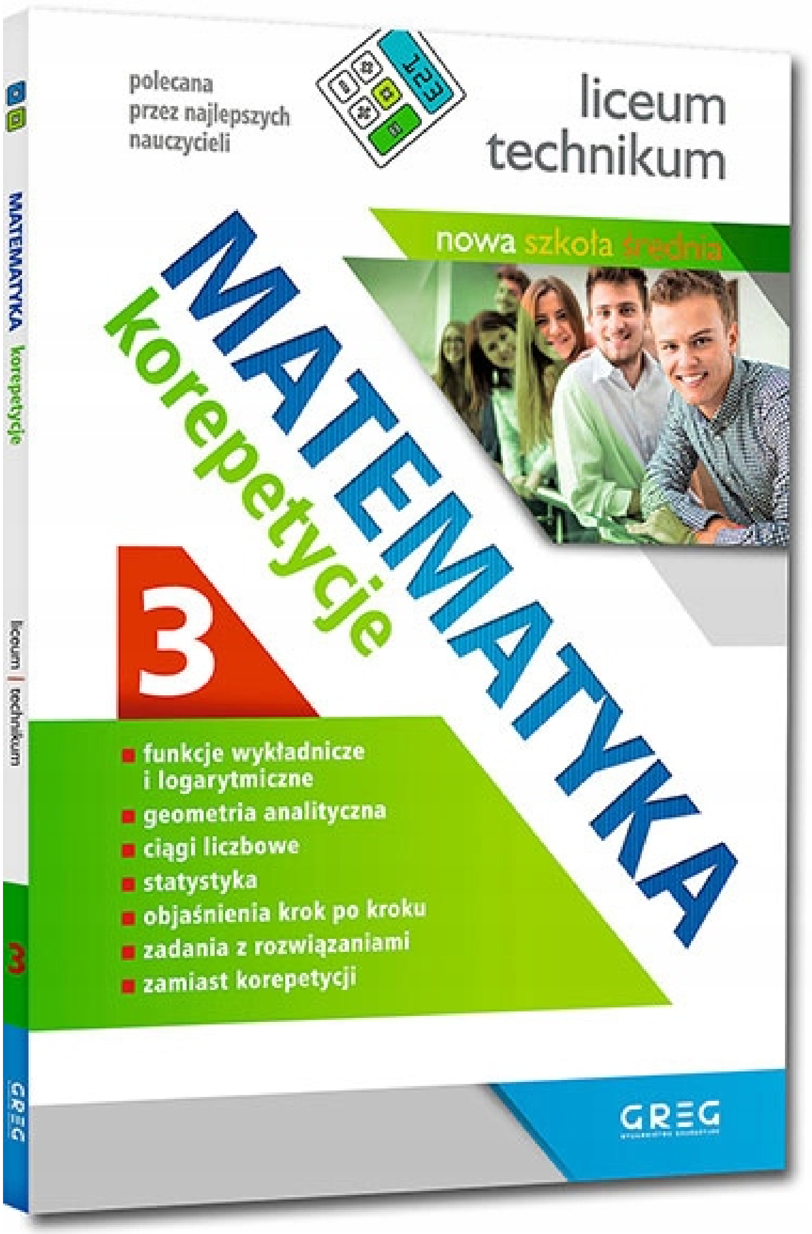
Opis produktu

Matematyka - korepetycje - liceum, część 3 - PO REFORMIE

zgodna z nową podstawą programową

szkoła: liceum/technikum

- ISBN: 978-83-7517-949-1
- rok wydania: 2022
- autor: Grażyna Kiełczykowska
- liczba stron: 100
- typ oprawy: oprawa miękka
- format: 165 x 235 mm
- waga: 158 g
- stan NOWA



Matematyka - korepetycje - liceum, cz. 3 to trzecia pozycja ze znanej i popularnej serii **Matematyka - korepetycje**, która została przygotowana z myślą o **samodzielnej nauce matematyki**. Książka jest **zgodna z obowiązującą podstawą programową** i zawiera działy omawiane w klasie trzeciej liceum.

Wszystkie zaprezentowane **zadania zostały rozwiązane krok po kroku**, a rozwiązania są opatrzone **komentarzami umożliwiającymi dokładne prześledzenie rozumowania**, zwracającymi uwagę na trudne momenty i przypominającymi niezbędną wiedzę. Każdy rozdział poprzedza **wprowadzenie teoretyczne**, w którym przedstawiono wyczerpująco i jednocześnie zrozumiale potrzebne informacje, opatrując je **trafnie dobranymi przykładami**. Taka konstrukcja książki pozwala na sukces w samodzielnej pracy - **nie potrzeba już kosztownych dodatkowych lekcji**!

Gorąco polecamy!

polecana przez najlepszych nauczycieli

język matematyki

liczby rzeczywiste

wyrażenia algebraiczne

równania i nierówności

funkcje, planimetria

objaśnienia krok po kroku

wszystkie zadania z rozwiązaniami

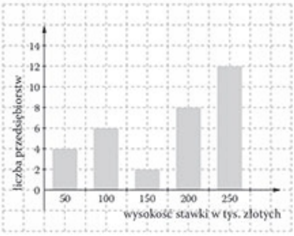
pewniaki na test

spis treści

ZADANIE 7

Diagram przedstawia liczbę przedsiębiorstw w pewnej gminie, płacących podatek roczny w określonej wysokości. Oblicz:

a) średnią stawkę podatku rocznego przypadającego na przedsiębiorstwa z tego zestawienia,
b) podatek dominujący,
c) wysokość podatku, którego nie przekracza połowa przedsiębiorstw.



Rozwiązanie:

Ad a) Z diagramu wynika, że wszystkich przedsiębiorstw jest 32 – dodajemy liczby przedsiębiorstw płacących każdą stawkę. **Uwaga!** Liczba przedsiębiorstw **nie jest** najwyższą liczbą na pionowej osi diagramu.

Obliczamy średnią arytmetyczną ważoną.

Zatem:

$$\overline{x} = \frac{4 \cdot 50000 + 6 \cdot 10000 + 2 \cdot 150000 + 8 \cdot 200000 + 12 \cdot 250000}{32} =$$

$$= \frac{200000 + 600000 + 300000 + 1600000 + 3000000}{32} = \frac{5700000}{32} = 178125$$

Odp.: Średnia wysokość podatku wynosi 178 125 zł.

Ad b)

Dominantą jest podatek w wysokości 250 tys. zł, gdyż powtarza się on najczęściej (12 spośród 32 firm płaci taki podatek).

Odp.: Podatek dominujący wynosi 250 tys. zł.

Ad c) Podatek, którego nie przekracza połowa przedsiębiorstw, jest medianą. Liczbą wartości jest liczba przedsiębiorstw, czyli 32.

$n = 32$ jest liczbą parzystą, więc:

$$m_e = \frac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}}{2}$$

Zatem:

$$m_e = \frac{x_{16} + x_{17}}{2}$$

Skoro $x_{16} = 200000$ i $x_{17} = 200000$

$$m_e = \frac{400000}{2} = 200000$$

Z wykresu odczytujemy, że pierwsze 4 wartości to podatek w wysokości 50 tys. zł, następne kolejne 6 wartości (x_5 do x_{10}) to podatek w wysokości 100 tys. zł, $x_{11} = x_{12} = 150$ tys. zł, wartości od x_{13} do x_{20} wynoszą 200 tys. zł, natomiast od x_{21} do x_{32} po 250 tys. zł.

Odp.: Podatek, którego nie przekroczyła połowa firm, wynosi 200 000 zł.

ZADANIE 8

W pewnej klasie liczącej 20 uczniów zebrano dane dotyczące liczby godzin spędzanych dziennie, przez pojedynczego ucznia, przed komputerem. Uzyskano następujące dane (w godzinach):

3	3,5	4,5	4,5	5,5	4	3	4	4,5	1,5	3,5	4	2	2	1,5	3,5	4	3	3,5	4

a) Uporządkuj dane i przedstaw je w postaci histogramu liczebności.
b) Wyznacz średnią arytmetyczną i medianę liczby godzin spędzonych przez uczniów przed komputerem.
c) Zbuduj szereg rozdzielczy i oblicz średnią ważoną.
d) Dane przedstaw w postaci diagramu kołowego.
e) Wyznacz wariancję i średnie odchylenie standardowe.

Rozwiązanie:

Ad a) Dane uporządkowane w kolejności od najniższego do najwyższego wyniku:

1,5	1,5	2	2	3	3	3	3,5	3,5	3,5	3,5	4	4	4	4	4	4,5	4,5	4,5	5,5

Histogram liczebności to rodzaj diagramu słupkowego, który przedstawia, jak często w badaniu pojawia się dana cecha. Aby narysować histogram do tego zadania, musisz najpierw wiedzieć, jak często uczniowie podawali daną liczbę godzin. A zatem rozpisujemy, dla czytelności najlepiej w tabeli:

Siedem różnych odpowiedzi, czyli histogram będzie mieć siedem „prostokątów". Dane zaznaczamy na osi poziomej.

Częstotliwość występowania danych zaznaczamy na osi pionowej. Przyjmujemy skalę od 1 do 5 (nie ma wyniku 6, dla czytelności można go zaznaczyć).

Podana liczba godzin	1,5	2	3	3,5	4	4,5	5,5
Ile razy wystąpiła	2	2	3	4	5	3	1

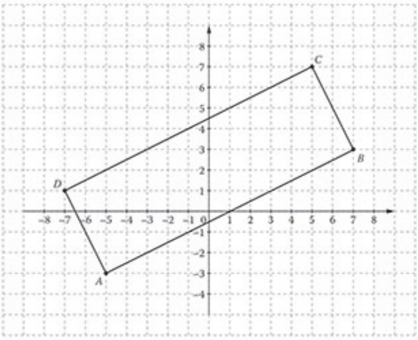
Teraz możemy już narysować wykres.

ZADANIE 5

Oblicz obwód i pole prostokąta *ABCD*, jeśli $A(-5,-3)$, $B(7,3)$, $C(5,7)$, $D(-7,1)$.

Rozwiązanie:

Rysujemy prostokąt.



Obliczamy długość dłuższego i krótszego boku:

$$|AB| = \sqrt{(7-(-5))^2 + (3-(-3))^2} = \sqrt{12^2 + 6^2} =$$
$$= \sqrt{144+36} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$$

$\sqrt{180} = \sqrt{36 \cdot 5} = 6\sqrt{5}$

$$|BC| = \sqrt{(5-7)^2 + (7-3)^2} = \sqrt{(-2)^2 + 4^2} =$$
$$= \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$\sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = 2\sqrt{5}$

Obliczamy pole i obwód prostokąta:

$$P = 6\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5} = 12 \cdot 5 = 60$$

$\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 5$

$$\text{Obw} = 2 \cdot 6\sqrt{5} + 2 \cdot 2\sqrt{5} = 12\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = 16\sqrt{5}$$

$P = a \cdot b$
$\text{Obw} = 2a + 2b$

Odp.: Pole prostokąta wynosi 60 [j²], a obwód $\mathbf{16\sqrt{5}}$ [j].

ODLEGŁOŚĆ PUNKTU OD PROSTEJ

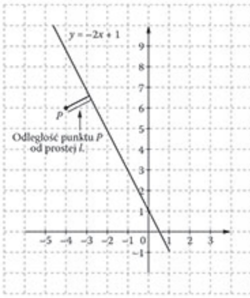
Odległością punktu P od prostej l nazywamy długość najkrótszego odcinka łączącego punkt P z punktem na prostej l. Odcinek ten jest prostopadły do prostej l.

Odległość punktu $P(x_0, y_0)$ od prostej l o równaniu $Ax + By + C = 0$ wyraża się za pomocą wzoru:

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

PRZYKŁAD 1

Oblicz odległość punktu $P(-4, 6)$ od prostej l: $y = -2x + 1$.



Aby skorzystać ze wzoru na odległość punktu od prostej, równanie prostej zapisujemy w postaci ogólnej:

$$2x + y - 1 = 0$$

Odczytujemy wartości współczynników:

$A = 2$, $B = 1$, $C = -1$

$P(-4, 6)$, czyli: $x_0 = -4$ i $y_0 = 6$

Podstawiamy dane do wzoru:

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{|2 \cdot (-4) + 1 \cdot 6 + (-1)|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{|-8+6-1|}{\sqrt{5}} =$$

ZADANIA TEKSTOWE DOTYCZĄCE CIĄGU GEOMETRYCZNEGO I ARYTMETYCZNEGO

ZADANIE 1

Stadion sportowy ma miejsca dla kibiców ułożone w rzędach. W pierwszym rzędzie jest 40 miejsc, w drugim 42, w trzecim 44 itd., aż do dziesiątego rzędu. Dalej jest jeszcze 10 rzędów po 100 miejsc w każdym. Ile jest miejsc dla kibiców na tym stadionie?

Rozwiązanie:

$$S_{10}=\frac{a_1+a_{10}}{2}\cdot 10$$
$$a_{10}=a_1+9r=40+9\cdot 2=58$$

W zadaniu mamy do czynienia z ciągiem arytmetycznym, w którym pierwszy wyraz jest równy 40, natomiast różnica wynosi 2. Ciąg ma 10 wyrazów. Do obliczenia sumy miejsc zastosujemy wzór na n-tą sumę częściową.

$$S_{10}=\frac{40+58}{2}\cdot 10=49\cdot 10=490$$

W pozostałych rzędach jest jeszcze 1000 miejsc.

Odp.: Na stadionie jest 1490 miejsc.

ZADANIE 2

Wyznacz ciąg arytmetyczny, w którym suma siódmego i jedenastego wyrazu wynosi 10, a suma piątego i dziesiątego wyrazu jest równa 1.

Rozwiązanie:

$$\begin{cases} a_7+a_{11}=10 \\ a_5+a_{10}=1 \end{cases}$$

„Wyznaczyć ciąg arytmetyczny" oznacza znaleźć jego pierwszy wyraz i różnicę. Te dwie wielkości w sposób jednoznaczny wyznaczają ciąg.

$$\begin{cases} a_1+6r+a_1+10r=10 \\ a_1+4r+a_1+9r=1 \end{cases}$$

Korzystamy z danych, tworząc układ równań.

$$\begin{cases} 2a_1+16r=10 \\ 2a_1+13r=1 \end{cases}$$

Dzięki wykorzystaniu wzorów otrzymaliśmy układ równań z dwiema niewiadomymi a_1 i r.

$$\begin{cases} 2a_1+16r=10 \\ -2a_1-13r=-1 \end{cases}$$

$3r=9$ wtedy i tylko wtedy, gdy $r=3$

$2a_1+39=1$ wtedy i tylko wtedy, gdy $a_1=-19$

$a_1=-19,\ r=3$

Te liczby w sposób jednoznaczny wyznaczają ciąg.

$$a_n=a_1+(n-1)\cdot r$$
$$a_n=-19+(n-1)\cdot 3$$
$$a_n=-19+3n-3$$
$$a_n=3n-22$$

Przy pomocy obliczonych wielkości możemy jeszcze wyznaczyć ogólny wyraz ciągu.

ZADANIE 3

W ciągu geometrycznym trzeci wyraz jest równy 0,5, a suma dwóch pierwszych wyrazów wynosi 6. Oblicz iloraz tego ciągu.

Rozwiązanie:

$$\begin{cases} a_3=0{,}5 \\ a_1+a_2=6 \end{cases}$$

W oparciu o dane i wzór układamy układ równań.

$$\begin{cases} a_1\cdot q^2=0{,}5 \\ a_1+a_1\cdot q=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1\cdot q^2=0{,}5 \\ a_1\cdot(1+q)=6 \end{cases}$$

$$\frac{q^2}{1+q}=\frac{0{,}5}{6}$$

Układ rozwiązujemy nietypową metodą, dzieląc równania przez siebie stronami. Metoda ta pozwala dość szybko pozbyć się jednej z niewiadomych.

$$6q^2=(1+q)\cdot 0{,}5$$

Mnożymy „na krzyż".

$$6q^2=0{,}5+0{,}5q$$
$$6q^2-0{,}5q-0{,}5=0$$
$$\Delta=12{,}25,\ \sqrt{\Delta}=3{,}5$$
$$q_1=\frac{0{,}5-3{,}5}{12}=\frac{-3}{12}=-\frac{1}{4}$$
$$q_2=\frac{0{,}5+3{,}5}{12}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$$

Warunki zadania spełniają dwa ciągi, jeden o ilorazie $-\frac{1}{4}$, drugi o ilorazie $\frac{1}{3}$.
Oznacza to, że istnieją dwa takie ciągi, które spełniają warunki zadania.

ZADANIE 4

Długości boków prostokąta i długość jego przekątnej tworzą ciąg arytmetyczny. Oblicz obwód tego prostokąta, jeśli jego pole jest równe 108 cm^2.

Rozwiązanie:

Wprowadźmy najpierw niewiadome: x, y – to długości boków, p – to długość przekątnej.

$y-x=p-y$

To wynika z warunków zadania.

$x\cdot y=108$

Pole prostokąta.

Rozwiązanie:

Ad a) Funkcja $f(x) = 5^x$ jest rosnąca. Zatem aby ustalić kolejność rosnącą naszych potęg, wystarczy, że ustalimy kolejność rosnącą wykładników tych potęg.

Pojęcie funkcji rosnącej można wyobrazić sobie w następujący sposób: jeżeli będziemy zwiększać w całym rozpatrywanym przedziale argumenty funkcji i zaobserwujemy, że rosną też wartości funkcji dla tych argumentów, to mamy do czynienia z funkcją rosnącą w tym przedziale.
I odwrotnie: jeśli wiemy, że funkcja jest rosnąca, to przy zwiększających się argumentach rosną ich wartości.

Porządkujemy rosnąco wykładniki:

$$\frac{1}{2};\ 0,33;\ \frac{2}{3};\ 0,6$$

$\frac{1}{2}=0,5$

$\frac{2}{3}=0,(6)$

Zatem:

$$0,33<\frac{1}{2}<0,6<\frac{2}{3}$$

Co oznacza, zgodnie z definicją funkcji rosnącej:

$$5^{0,33}<5^{\frac{1}{2}}<5^{0,6}<5^{\frac{2}{3}}$$

Ad b) Funkcja $f(x) = 7^x$ jest rosnąca.
Porządkujemy rosnąco wykładniki:

$$\frac{1}{3};\ 0,3;\ \sqrt{5};\ \pi$$

$2<\sqrt{5}<3$

$\pi\approx3,14$

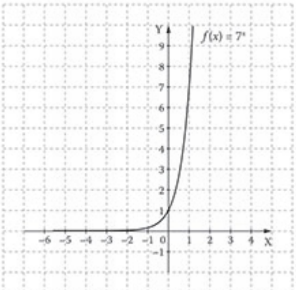
$\frac{1}{3}=0,(3)$

Zatem:

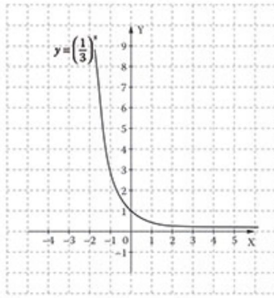
$$0,3<\frac{1}{3}<\sqrt{5}<\pi$$

Co oznacza, zgodnie z definicją funkcji rosnącej:

$$7^{0,3}<7^{\frac{1}{3}}<7^{\sqrt{5}}<7^{\pi}$$



Ad c) Funkcja $f(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ jest malejąca.



Pojęcie funkcji malejącej można wyobrazić sobie w następujący sposób: jeżeli będziemy zwiększać w całym rozpatrywanym przedziale argumenty funkcji i zaobserwujemy, że maleją wartości funkcji dla tych argumentów, to mamy do czynienia z funkcją malejącą w tym przedziale.
I odwrotnie: jeśli wiemy, że funkcja jest malejąca, to przy zwiększających się argumentach maleją ich wartości lub przy zmniejszających się argumentach – wartości rosną.

Zatem aby ustalić kolejność rosnącą naszych potęg, wystarczy, że tym razem nasze wykładniki ustawimy malejąco.
Porządkujemy:

$$2;\ 2,5;\ \sqrt{3};\ \sqrt{11}$$

Zatem:

$$\sqrt{11}>2,5>2>\sqrt{3}$$

$3<\sqrt{11}<4$

$\sqrt{3}\approx1,73$

Co oznacza, że:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{11}}<\left(\frac{1}{3}\right)^{2,5}<\left(\frac{1}{3}\right)^{2}<\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{3}}$$

ZADANIE 2

Określ monotoniczność funkcji *f*:

a) $f(x)=\left(\frac{2}{3}\right)^x$

b) $f(x)=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^x$

c) $f(x)=\left(4-\sqrt{3}\right)^x$