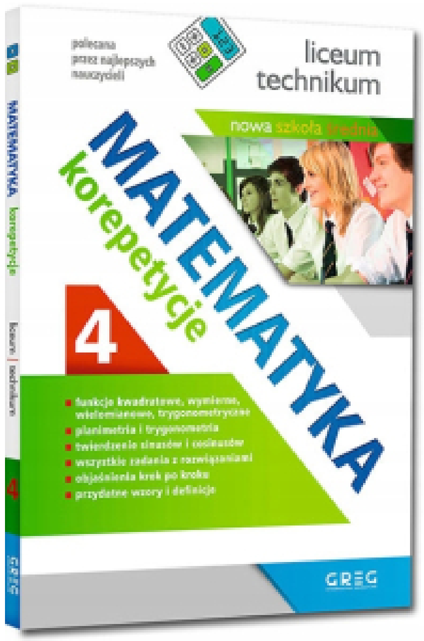
Dane aktualne na dzień: 15-03-2025 02:42

Link do produktu: https://silesiabook.pl/matematyka-korepetycje-liceum-cz-4-po-reformie-p-719.html



MATEMATYKA korepetycje liceum cz. 4 PO REFORMIE

Cena	**13,99 zł**
Numer wydania	**1**
Liczba stron	**112**
Język publikacji	**polski**
Rok wydania	**2022**
Nośnik	**książka papierowa**
Autor	**Grażyna Kiełczykowska**
Okładka	**miękka**
Tytuł	**Matematyka korepetycje Część 4**
Wydawnictwo	**Wydawnictwo Greg**
ISBN	**9788375179576**
Klasa	**wieloletnie**
Przedmiot	**Matematyka**
Rodzaj	**kompendium, repetytorium, opracowanie**
Waga produktu z opakowaniem jednostkowym	**0.172**
Seria	**inna**
Wysokość produktu	**6**
Szerokość produktu	**16.5**

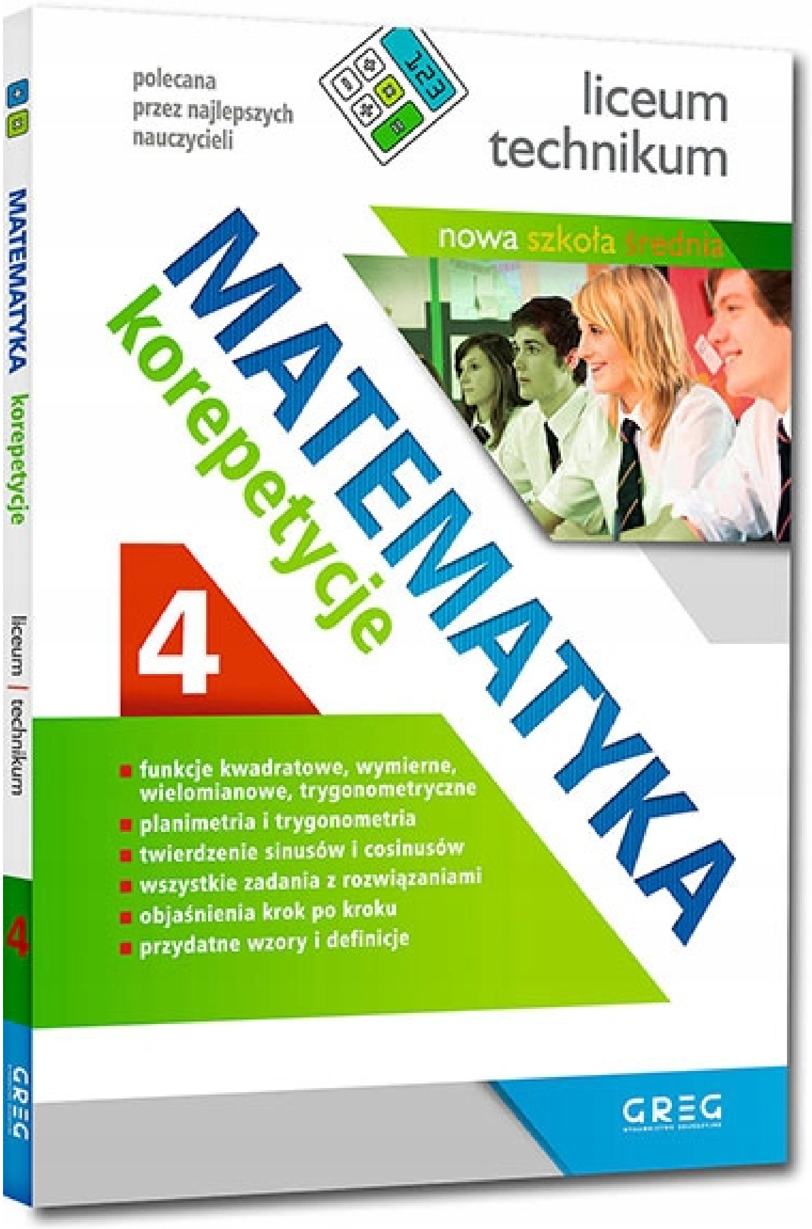
Opis produktu

Matematyka - korepetycje - liceum, część 4 - PO REFORMIE

zgodna z nową podstawą programową

szkoła: liceum/technikum

- ISBN: 978-83-7517-957-6
- rok wydania: 2022
- autor: Grażyna Kiełczykowska
- liczba stron: 112
- typ oprawy: oprawa miękka
- format: 165 x 235 mm
- waga: 173 g
- stan NOWA



Matematyka - korepetycje - liceum, cz. 4 to **czwarta część znanej i lubianej serii, umożliwiającej samodzielną naukę matematyki**. Część ta przeznaczona jest dla uczniów klas maturalnych.

Książka jest **zgodna z najnowszą podstawą programową** i zawiera całość materiału omawianego w klasie czwartej liceum. Są tutaj nie tylko ćwiczenia, ale także **przystępnie wyjaśniona, dokładnie omówiona teoria** wraz z przykładami, która bardzo ułatwia zrozumienie prezentowanych zagadnień.

Wszystkie **zadania przedstawione są z rozwiązaniami krok po kroku**, wraz ze szczegółowym komentarzem wyjaśniającym tok rozumowania i zwracającym uwagę ucznia na najważniejsze momenty działania. Co ważne, zaprezentowane zadania są **takiego typu i stopnia trudności, jaki pojawia się na egzaminach**, testach i maturze. Uczeń znajdzie tutaj też wszystkie niezbędne **wiadomości dodatkowe, wzory, reguły, definicje**.

Dzięki tej książce żaden uczeń **nie będzie potrzebował chodzić na korepetycje** z matematyki!

Gorąco polecamy!

polecana przez najlepszych nauczycieli

język matematyki

liczby rzeczywiste

wyrażenia algebraiczne

równania i nierówności

funkcje, planimetria

objaśnienia krok po kroku

wszystkie zadania z rozwiązaniami

pewniaki na test

ROZDZIAŁ I. RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA

- Wariacje bez powtórzeń
- Wariacje z powtórzeniami
- Pojęcie prawdopodobieństwa i jego własności, wartość oczekiwana

ROZDZIAŁ II. PROSTE I PŁASZCZYZNY W PRZESTRZENI

- Wzajemne położenie dwóch prostych w przestrzeni
- Wzajemne położenie prostej i płaszczyzny
- Wzajemne położenie płaszczyzn

ROZDZIAŁ III. GRANIASTOSŁUPY I OSTROSŁUPY

- Objętość i pole powierzchni graniastosłupa
- Objętość i pole powierzchni ostrosłupa

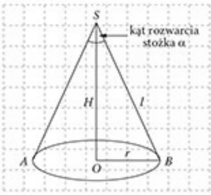
ROZDZIAŁ IV. BRYŁY OBROTOWE

ROZDZIAŁ V. DOWODY TWIERDZEŃ

ZADANIE 4

Oblicz kąt rozwarcia stożka, jeśli pole jego podstawy jest równe 16π, a jego objętość wynosi $\frac{64\sqrt{3}}{3}\pi$.

Rozwiązanie:



Z zadania wiemy, że $P_p = 16\pi$ oraz $V = \frac{64\sqrt{3}}{3}\pi$.
Podstawą stożka jest koło, więc:

$\pi r^2 = 16\pi \quad / : \pi$

$r^2 = 16 \quad / \sqrt{}$

$r = 4$

$P_p = \pi r^2$

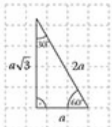
Podstawiamy dane do wzoru na objętość:

$\frac{1}{3}\pi \cdot 4^2 \cdot H = \frac{64\sqrt{3}}{3}\pi \quad / \cdot 3$

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot H$

$\pi \cdot 16 \cdot H = 64\sqrt{3}\pi \quad / : 16\pi$

$H = 4\sqrt{3}$



Zauważ, że skoro jedna przyprostokątna trójkąta ma długość 4, a druga $4\sqrt{3}$, to zachodzi zależność jak w trójkącie prostokątnym o kątach 30°, 60°, 90°.
Zatem kąt rozwarcia stożka jest dwa razy większy od kąta 30°.

$\alpha = 2 \cdot 30^\circ = 60^\circ$

Drugą metodą rozwiązania jest wykorzystanie funkcji tangens.
Wtedy: $\frac{r}{H} = \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$, czyli: $\frac{4}{4\sqrt{3}} = \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$.
Po skróceniu i usunięciu niewymierności z mianownika otrzymujemy: $\frac{\sqrt{3}}{3} = \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$.
Zatem: $\frac{\alpha}{2} = 30^\circ$, czyli: $\alpha = 60^\circ$.

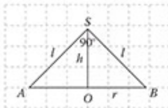
Odp.: Kąt rozwarcia stożka ma miarę 60°.

ZADANIE 5

Przekrojem osiowym stożka jest trójkąt prostokątny o polu 50 cm². Oblicz średnicę podstawy tego stożka.

Rozwiązanie:

Przekrojem osiowym stożka jest zawsze trójkąt równoramienny. Zatem trójkąt ABS jest trójkątem prostokątnym równoramiennym. Skoro jego pole jest równe 50 cm², to możemy ułożyć równanie:



$\frac{l \cdot l}{2} = 50 \quad / \cdot 2$

$P = \frac{a \cdot b}{2}$

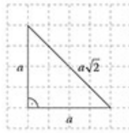
$l^2 = 100$

$l = 10$

Tworzące stożka są przyprostokątnymi trójkąta prostokątnego ABS.

Z zależności w trójkącie prostokątnym równoramiennym wiemy, że przeciwprostokątna ma długość $a\sqrt{2}$, czyli u nas $10\sqrt{2}$. Przeciwprostokątna ta jest jednocześnie średnicą stożka. Zatem:

$d = 10\sqrt{2}$



Odp.: Średnica podstawy stożka ma długość $10\sqrt{2}$ cm.

KULA I SFERA

Kulą o danym środku S i danym promieniu R nazywamy zbiór wszystkich punktów przestrzeni, których odległość od punktu S jest nie większa od promienia R.

Kula jest bryłą obrotową powstałą przez obrót półkola wokół prostej zawartej w jego średnicy.

Sferą o danym środku i danym promieniu nazywamy zbiór wszystkich punktów przestrzeni, których odległość od jego środka równa jest jego promieniowi.

Sfera powstaje z obrotu półokręgu wokół prostej zawierającej jego średnicę.

Objętość kuli wyraża się wzorem:

$V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$,

gdzie r – promień kuli.

ZADANIE 7

Ile liczb siedmiocyfrowych można zapisać za pomocą cyfr: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, jeśli cyfry nie mogą się powtarzać?

Rozwiązanie:

Wszystkich ciągów siedmiocyfrowych utworzonych z siedmiu różnych cyfr jest:

$P_7 = 7! = 5040$

Jest ich tyle, ile jest permutacji 7-elementowego zbioru, czyli 7!.

Jednak pierwszą cyfrą liczby nie może być zero. Obliczmy, ile jest możliwych takich ustawień, w których 0 jest na pierwszym miejscu:

$P_6 = 6! = 720$

Pierwszą „pozycję" zajmuje 0, pozostałe 6 wolnych miejsc może zająć każda z 6 pozostałych cyfr. Możliwości jest więc tyle, ile jest permutacji 6-elementowego zbioru, czyli 6!.
$6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

Zatem:

$P_7 - P_6 = 5040 - 720 = 4320$

Odp.: Wszystkich możliwych liczb siedmiocyfrowych, jakie można utworzyć z cyfr: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 jest 4320.

ZADANIE 8

Liczba permutacji zbioru n-elementowego jest 30 razy mniejsza od liczby permutacji zbioru $n + 2$-elementowego. Oblicz n.

Rozwiązanie:

$(n + 2)! = 30 \cdot n!$

$(n + 2)!$ – liczba permutacji $n + 2$-elementowego zbioru
$n!$ – liczba permutacji n-elementowego zbioru

$(n + 2)(n + 1) \cdot n! = 30 \cdot n! \quad / : n!$

$(n+2)! = (n+2)\cdot(n+1)\cdot\underbrace{n\cdot\ldots\cdot2\cdot1}_{n!}$
Dzielimy obydwie strony równania przez $n!$ ($n! \neq 0$ dla każdego n).

Zatem:

$(n + 2)(n + 1) = 30$

I sposób:

$\underbrace{(n+2)}_{6}\underbrace{(n+1)}_{5} = 30$

$n + 1$ i $n + 2$ to kolejne liczby naturalne, skoro ich iloczyn wynosi 30, to mogą to być tylko liczby 5 i 6.

Skoro $n + 2 = 6$ oraz $n + 1 = 5$, to $n = 4$.

II sposób:

$(n + 2)(n + 1) = 30$

$n^2 + n + 2n + 2 = 30 \quad / -30$

Jest to równanie kwadratowe. Przekształcamy lewą stronę równania do najprostszej postaci oraz od obydwu stron równania odejmujemy 30.
Otrzymujemy trójmian kwadratowy w postaci ogólnej ($an^2 + bn + c = 0, a \neq 0$).

$n^2 + 3n - 28 = 0$

$\Delta = 9 - 4 \cdot 1 \cdot (-28)$

Aby obliczyć jego pierwiastki, obliczamy Δ (deltę) ze wzoru: $\Delta = b^2 - 4ac$.

$\Delta = 9 + 112$

$\Delta = 121$

Zatem:

$\sqrt{\Delta} = 11$

Ponieważ $\Delta > 0$, równanie to ma dwa rozwiązania:

$n = \frac{-3-11}{2}$ lub $n = \frac{-3+11}{2}$

Pierwiastki trójmianu kwadratowego obliczamy ze wzorów:
$n = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ lub $n = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

$n = -7$ lub $n = 4$

−7 nie spełnia warunków zadania, bo nie jest liczbą naturalną.

Tylko rozwiązanie $n = 4$ spełnia warunki zadania.

Odp.: $n = 4$.

ZADANIE 9

Na ile różnych sposobów może usiąść 8 osób przy okrągłym stole, jeżeli:
a) uwzględniamy miejsca zajmowane przy stole (krzesła są ponumerowane),
b) uwzględniamy tylko rozmieszczenie osób względem siebie.

Rozwiązanie:

Ad a) Sposobów jest tyle, ile permutacji 8-elementowego zbioru, czyli:

$P_8 = 8! = 8 \cdot 7 \cdot \ldots \cdot 1 = 40320$

Pierwsza osoba może zająć miejsce na 8 sposobów, druga ma do wyboru 7 krzeseł, trzecia – 6 itd. Ostatnia osoba ma tylko 1 możliwość.

Odp.: Jest 40320 możliwości.

Ad b) Jeżeli uwzględniamy tylko rozmieszczenie osób względem siebie, to znaczy, że za różne sposoby rozmieszczenia osób przy stole uważamy takie dwa, w których przynajmniej jedna z osób ma innego sąsiada po prawej lub lewej stronie. Zatem rozmieszczenie osób nie ulegnie zmianie, jeżeli np. każdą z osób przesadzimy o jedno krzesło (lub więcej, ale wszystkich o tyle samo) w tym samym kierunku (np. zgodnie z ruchem wskazówek zegara). Liczba różnych sposobów rozmieszczenia osób jest więc 8 razy mniejsza niż w sytuacji, gdy krzesła były ponumerowane.
Zatem:

$\frac{P_8}{8} = \frac{8!}{8} = \frac{8 \cdot 7!}{8} = 7! = 7 \cdot 6 \cdot \ldots \cdot 1 = 5040$

Skracamy licznik i mianownik przez 8.